



Državni izpitni center



M 2 4 1 4 0 1 1 3

SPOMLADANSKI IZPITNI ROK

Osnovna in višja raven
MATEMATIKA

NAVODILA ZA OCENJEVANJE

Sobota, 8. junij 2024

SPLOŠNA MATURA


Popravljena različica
moderirana različica





Splošna navodila za ocenjevanje pisnega izpita iz matematike na splošni maturi

- [Zapis postopka reševanja]** Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi izračuni in sklepi. Če je naloga reševana na več načinov, mora biti nedvoumno označeno, katera rešitev naj se oceni.
- [Upoštevanje navodil za ocenjevanje]** Pri ocenjevanju se dosledno upoštevajo navodila za ocenjevanje, ki jih pripravi DPK SM za matematiko. Vsaka dodeljena točka mora biti utemeljena v navodilih za ocenjevanje.
- [Reševanje nalog zunaj predvidenega prostora]** Rešitve (ali deli rešitev) nalog, zapisane na konceptnem listu, se ne upoštevajo, razen če ni kandidat v prostoru za reševanje zapisal (označil), da je nalogo reševal (ali nadaljeval reševanje) na konceptnem listu.

Rešitve (ali deli rešitev), zapisane na rezervnih straneh, se ocenijo, če je kandidat jasno označil (v prostoru za reševanje ali na rezervni strani), katere naloge je reševal na teh straneh.
- [Ocenjevanje naloge]** V navodilih za ocenjevanje so podani najbolj pogosti načini reševanja. Če kandidat ne reši pravilno celotne naloge, mu pripadajo točke za predvidene vmesne rezultate.

Če kandidat reši nalogo po pravilnem postopku, ki ni predviden v navodilih za ocenjevanje, mu pripadajo vse točke. Če naloga ni rešena pravilno v celoti, mu smiselno pripadajo delne točke, ki so predvidene v navodilih za ocenjevanje.
- [Prečrtano besedilo]** Če je rešitev (del rešitve) prečrtana, se ne oceni.
- [Postopkovne točke]** V navodilih za ocenjevanje so predvidene postopkovne točke (označene so z *) za primer, ko naloga (ali del naloge) ni pravilno rešena, uporabljen pa je bil pravilen postopek. Najpogosteje so postopkovne točke predvidene takrat, ko kandidat s »svojimi« podatki ali delnimi rezultati (lahko so nastali s prejšnjimi nepravilnimi koraki) pravilno izvede korak reševanja. Dodeljujejo se samo postopkovne točke, ki so predvidene v navodilih za ocenjevanje.

Ocenjevalec dodeli postopkovno točko tako, da blizu mesta pravilnega postopka pripne korekturni znak  P, ki prišteje 1 točko.
- [Uganjena rešitev]** Uganjene rešitve se praviloma točkujejo z eno točko. Druga točka se dodeli za preizkus. Vse točke pa prejme kandidat, ki dokaže (utemelji), da je zapisana rešitev edina (da so zapisane vse rešitve).
- [Pokvarjen rezultat]** Če kandidat zapiše pravilen rezultat, nato pa ga spremeni v napačnega, se odvzame ena točka. Napako »pokvarjenega rezultata« upoštevamo tudi takrat, ko je rezultat napačno zaokrožen (ne glede na izvor te napake), in takrat, ko je pravilen rezultat (tako imenovani »točen rezultat«) zapisan še v decimalni obliki, a napačno zaokrožen.

Ocenjevalec dodeli vse točke, ki so predvidene za pravilen rezultat, in nato pripne korekturni znak , ki odšteje 1 točko. Blizu mesta napake doda še značko . Če je znotraj iste naloge več napak te vrste, se v celoti pri nalogi odvzame ena točka. Korekturni znak  se pripne na prvo tovrstno napako, značko  pa poleg mest s tovrstno napako.
- [Izjema]** V navodilih za ocenjevanje je pod navodilom za ocenjevanje včasih pripis, ki opredeljuje posebne primere. Napotek velja le za tisti način reševanja oziroma samo za tisto nalogo.

10. **[Nekorektni matematični zapisi]** Naloga se oceni v skladu z navodili za ocenjevanje. Doseženo število točk pa se lahko zmanjša največ za eno točko, če je v izpitni poli zapisana matematična nekorektnost, ki se dosledno ponavlja znotraj iste naloge. Če je nekorektnosti pri posamezni nalogi več vrst, se skupaj za vse v celoti odvzame ena točka. V navodilih za ocenjevanje je matematična nekorektnost za posamezno nalogo praviloma podrobneje opredeljena.

Predvidena matematična nekorektnost je:

- opustitev ali napačna oblika zapisa matematičnega simbola (na primer opustitev zapisa $k \in \mathbb{Z}$ pri rešitvah trigonometričnih enačb; namesto pravilnega zapisa enačbe premice $p: y = 3x - 1$ zapis $p = 3x - 1$) OS,
- enačenje različnih matematičnih pojmov, na primer enačenje dogodka in verjetnosti dogodka: $P(C) = C$, enačenje vrednosti kotne funkcije s kotom: $\tan \alpha = 1 = 45^\circ \dots$ E,
- nepravilna raba vrste oklepajev, na primer pri zapisu množic, pri zapisu urejenih parov ... O,
- poleg pravilne zapisana tudi napačna in neprečrtana formula ali napačen, neprečrtan del postopka NE.

Navodila za označevanje

Na začetku ocenjevanja so vse naloge in deli nalog (postavke) neocenjeni, kar je označeno z npr. $\underline{-/6}$.

Če kandidat naloge ni začel reševati, ocenjevalec izbere NR.

Naloga se ocenjuje s postavljanjem popravnih znakov na rešitev. Program dodeli točke samodejno.

Popravni znak X pripiše rešitvi 0 točk. Zapis npr. $\underline{-/6}$ se spremeni v $\underline{0/6}$. Ocenjevalec ta znak uporabi, kadar je naloga ali postavka v celoti ocenjena z 0 točkami. Lahko ga uporabi tudi, kadar želi pokazati na napako v rešitvi.

Popravni znak s kljukico, npr. 1 ... 9, prišteje rešitvi določeno število točk. Znak P prišteje rešitvi 1 točko. Znak -1 odšteje 1 točko.

Ocenjevalec nalogo oceni tako, da ji,

- če je rešitev **v celoti pravilna**, skladno z navodili za ocenjevanje dodeli kljukico z vsemi možnimi točkami, npr. 9,
- če je rešitev **v celoti napačna**, dodeli nič točk, kar označi s X.
- Če je rešitev **delno pravilna**, ocenjevalec dele rešitve skladno z navodili za ocenjevanje označuje s kljukicami, npr. 1, 2 ... Kljukice smiselno postavlja tako, da je razvidno, za kateri del rešitve je kandidat posamezno točko dobil. Kadar želi ocenjevalec pri delno pravilni rešitvi pokazati na napake v rešitvi, uporabi znak X.

Ocenjevalec skladno s splošnimi navodili (8 in 10) zaradi pokvarjenega rezultata ali nekorektnega matematičnega zapisa doseženo število točk zmanjša za največ 1 točko. Na rešitev postavi popravni

znak -1, zapis npr. $\underline{4/6}$ se spremeni v $\underline{3/6}$. K odvzeti točki ocenjevalec doda vsaj enega od v splošnih

navodilih definiranih znakov Pr, OS, E, O ali NE, s katerim pojasni odvzeto točko.

Popravni znaki, ki se uporabljajo pri e-ocenjevanju matematike na SM, so:

1, 2, ..., 9, P

X,

-1, Pr, OS, E, O in NE.

IZPITNA POLA 1, OR

A) KRATKE NALOGE

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
1	2	♦ $\left(\frac{10}{3}, \infty\right)$	Prevedba v enostavnejšo obliko, npr. $-3x < -10$... 1 točka.

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
2	2	♦ $\frac{2003}{99}$	Le oznaka $x = 20,\overline{23}$ in množenje s 100, npr. $100x = 2023,\overline{23}$, ali zapis z geometrijsko vrsto ... 1 točka.

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
3	3	♦ $\sqrt{5} + i$	$i^{13} = i$... 1 točka. Zapis ali uporaba formule za absolutno vrednost kompleksnega števila ... 1 točka.

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
4	2	♦ $x = \frac{6}{5}$	Le izenačitev eksponentov ... 1 točka.

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
5	1	♦ ničla: $x = \frac{1}{2}$	
	1	♦ pol: $x = -\frac{4}{3}$	
	1	♦ vodoravna asimptota: $y = \frac{2}{3}$	
Skupaj	3		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
6	2	♦ $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 9$	$r = 3$ ali splošna oblika enačbe krožnice s središčem v (p, q) ... 1 točka.
7	3	♦ 18	Dva fanta lahko izberemo na $\binom{3}{2}$ načine ali dve dekleti lahko izberemo na $\binom{4}{2}$ načinov ... 1 točka. Uporaba pravila produkta ... *1 točka.
8	3	♦ $x^3 + \frac{2}{3}\sqrt{x^3} - \cos x + C$	1 + 1 + 1

Skupno število točk: 20

IZPITNA POLA 1, OR in VR**B) KRAJŠE STRUKTURIRANE NALOGE**

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
1	2	♦ zapis $-3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 5 = \frac{13}{2}$	1 + 1
	1	♦ zapisana enačba $-3x + 5 = \frac{11}{2}$	
	2	♦ rešitev $x = -\frac{1}{6}$	Le ureditev enačbe, npr. $-3x = \frac{11}{2} - 5$... *1 točka.
	1	♦ zapisana neenačba $-3x + 5 < 0$ ali narisana premica	
	2	♦ rešitev $x > \frac{5}{3}$	Le ureditev neenačbe, npr. $-3x < -5$... *1 točka.
Skupaj	8		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
2	2	♦ $o = 18$	Ugotovitev, da je dolžina stranice šestkotnika $a = 3$, ali zapis formule $o = 6a$... 1 točka.
	4	♦ $S = \frac{27\sqrt{3}}{2}$	Zapis ali uporaba ali postopek izpeljave formule za višino enakostraničnega trikotnika ... 1 točka. Zapis ali uporaba formule za ploščino trikotnika ... 1 točka. Upoštevanje $S = 6 \cdot S_{\Delta}$... *1 točka.
Skupaj	6		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
3	1	♦ razcep $x^2 - 49 = (x - 7)(x + 7)$	
	2	♦ razcep $2x^2 - 2x - 12 = 2(x + 2)(x - 3)$	Le izpostavljen skupni faktor ... 1 točka.
	3	♦ razcep $x^3 + 3x^2 - 4 = (x - 1)(x + 2)^2$	Zapis enega linearnega faktorja ... 1 točka. Izračun druge ničle ali drugega linearnega faktorja ... *1 točka.
Skupaj	6		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
4	1	♦ zapis ali uporaba splošne oblike enačbe elipse	
	1	♦ ugotovitev $a = 2$	
	*1	♦ vstavitev koordinat točke A v enačbo elipse	
	1	♦ izračunan $b = \sqrt{2}$ ali $b^2 = 2$	
	1	♦ enačba elipse, npr. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1$	
	2	♦ zapis temen $T_3(0, \sqrt{2})$ in $T_4(0, -\sqrt{2})$	*1 + 1
Skupaj	7		

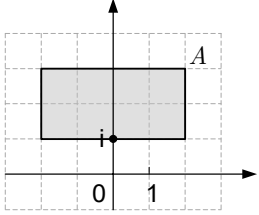
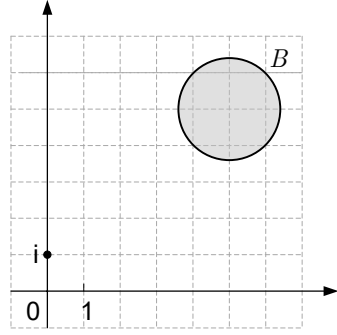
Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
5	7	♦ $a=2$ in $b=-1$	Zapis druge koordinate točke $(0, 1)$... 1 točka. Ugotovitev, da je $f(0)=1$ ali $f(0)=a+b$... 1 točka. Zapis ali uporaba enačbe $a+b=1$... 1 točka. Izračunan odvod: $f'(x) = a \cdot e^x$... 1 točka. Upoštevanje $f'(0) = k_t$... *1 točka.

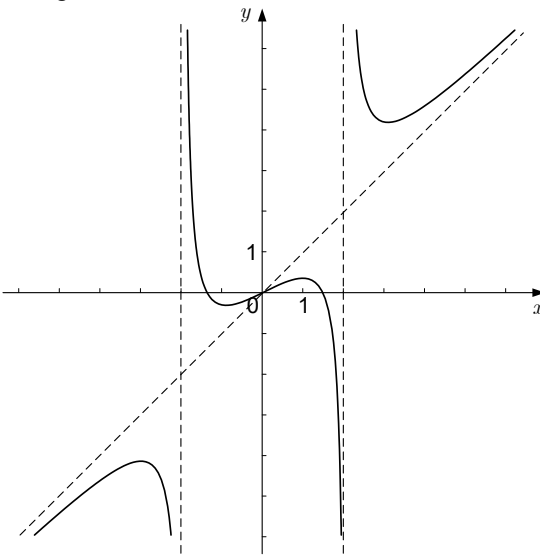
Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
6	5	♦ $D_f = (-\infty, -3) \cup (2, \infty)$	1 + 1 Zapis neenačbe $x^2 + x - 6 > 0$... 2 točki (zgolj ugotovitev, da je definicijsko območje logaritemske funkcije $(0, \infty)$... 1 točka). Rešitvi enačbe $x^2 + x - 6 = 0$: $x_1 = -3$, $x_2 = 2$... 1 točka.
	1	♦ $Z_f = \mathbb{R}$	
Skupaj	6		

Skupno število točk: 40

IZPITNA POLA 1, VR

C) STRUKTURIRANE NALOGE

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
1.1	1	♦ narisana množica A 	
	1	♦ $w = 2i$, $\bar{w} = -2i$	
	1	♦ največja vrednost je $\sqrt{13}$	
	1	♦ $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = -2 + 3i$	
Skupaj	4		
1.2	2	♦ narisana množica B 	Ugotovitev, da je množica B krog, npr. zapis $z = x + iy$ in $(x - 5)^2 + (y - 5)^2 \leq 2$... 1 točka. Za dve točki je dovolj zgolj pravilna skica brez vsake utemeljitve – upoštevanje geometrijskega pomena absolutne vrednosti razlike dveh kompleksnih števil.
	2	♦ $ u = 5\sqrt{2}$	Le pravilno zapisan $u = 5 + 5i$ ali uporaba formule za absolutno vrednost kompleksnega števila ... 1 točka.
	1 1	♦ najmanjša vrednost je $4\sqrt{2}$ ♦ $z = 4 + 4i$	
Skupaj	6		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
2.1	1	♦ $D_f = (-\infty, -2) \cup (-2, 2) \cup (2, \infty)$	Narisani navpični asimptoti ... *1 točka. Narisana srednja veja funkcije ali narisani obe stranski veji funkcije ... *1 točka.
	1	♦ ničle : $-\sqrt{2}, 0, \sqrt{2}$	
	1	♦ poševna asimptota: $y = x$	
	3	♦ skica grafa 	
Skupaj	6		
2.2	1	♦ $f(x) = x + \frac{2x}{x^2 - 4}$	
2.3	3	♦ $S = 1 - \ln 2$	$S = \int_0^{\sqrt{2}} \left(x + \frac{2x}{x^2 - 4} \right) dx \dots *1 \text{ točka.}$ Uporaba pravila za uvedbo nove spremenljivke ali razcep na parcialne ulomke ... *1 točka.

Skupno število točk: 20

IZPITNA POLA 2, OR

A) KRATKE NALOGE

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
1	2	♦ $x = 9$	Le zapis ali upoštevanje definicije aritmetičnega zaporedja ... 1 točka.
2	2	♦ $x_1 = 2, x_2 = -16$	1 + 1
3	2	♦ $\frac{9}{a^2}$	Le uporaba $\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$ ali $\left(\frac{1}{a}\right)^2 = a^{-2}$... 1 točka.
4	3	♦ Število 8 moramo povečati za 25 %.	Izračun $40\% \cdot 25 = 10$... 1 točka. Ugotovitev, da moramo 8 povečati za 2, ali zapis enačbe $8x = 10$... 1 točka.
5	3	♦ $x \doteq 2,66044$	Le zapis ali uporaba sinusnega izreka ... 1 točka. Zapis ali uporaba $\sphericalangle ACB = 30^\circ$... 1 točka.
6	2	♦ $V = \frac{125}{6} = 20,8\bar{3}$	Zapis formule za ploščino osnovne ploskve piramide ali zapis formule za prostornino kocke $V = a^3$ ali zapis formule za prostornino piramide $V = \frac{O \cdot v}{3}$... 1 točka.

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
7	3	<ul style="list-style-type: none">♦ ne♦ ne♦ da	1 + 1 + 1

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
8	3	<ul style="list-style-type: none">♦ $\frac{11}{36} = 0,30\bar{5}$	Ugotovitev števila vseh možnosti ... 1 točka. Le zapis števila ugodnih možnosti ali smiselna uporaba formule za verjetnost nasprotnega dogodka ... 1 točka.

Skupno število točk: 20

IZPITNA POLA 2, OR in VR

B) KRAJŠE STRUKTURIRANE NALOGE

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
1	1	♦ upoštevanje $f(x) = g(x)$, npr. $-2x^2 + 3x - 4 = 2x - 4$	
	1	♦ zapisana kvadratna enačba, npr. $2x^2 - x = 0$	
	2	♦ zapisani rešitvi kvadratne enačbe: $x_1 = 0$, $x_2 = \frac{1}{2}$	*1 + 1
	2	♦ zapisani presečišči, npr. $T_1(0, -4)$ in $T_2\left(\frac{1}{2}, -3\right)$	*1 + 1
Skupaj	6		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila										
2	4	♦ izpolnjena preglednica 1: <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <thead> <tr> <th>Izjava</th> <th>Resničnost/neresničnost izjave</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$(A \setminus B) \subseteq A$</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>Za disjunktni ...</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>Elementi potenčne ...</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>Za kartezični ...</td> <td>0</td> </tr> </tbody> </table>	Izjava	Resničnost/neresničnost izjave	$(A \setminus B) \subseteq A$	1	Za disjunktni ...	1	Elementi potenčne ...	1	Za kartezični ...	0	Vsaka pravilno izpolnjena vrsta ... 1 točka.
	Izjava	Resničnost/neresničnost izjave											
$(A \setminus B) \subseteq A$	1												
Za disjunktni ...	1												
Elementi potenčne ...	1												
Za kartezični ...	0												
3	♦ izpolnjena preglednica 2: <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <thead> <tr> <th>Izjava</th> <th>Resničnost/neresničnost izjave</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$F \wedge G$</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>$F \vee G$</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>$(F \wedge G) \Rightarrow (F \vee G)$</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table>	Izjava	Resničnost/neresničnost izjave	$F \wedge G$	0	$F \vee G$	1	$(F \wedge G) \Rightarrow (F \vee G)$	1	1 + 1 + 1			
Izjava	Resničnost/neresničnost izjave												
$F \wedge G$	0												
$F \vee G$	1												
$(F \wedge G) \Rightarrow (F \vee G)$	1												
Skupaj	7												

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
3	5	♦ odgovor: Alja tehta 51 kg, Brina 48 kg in Zoja 59 kg.	Zapis sistema: $a + b = 99$, $a + z = 110$ in $b + z = 107$... 3 točke. Pravilna usmeritev v reševanje sistema ... *1 točka.

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
4.1	2	♦ zapisani vrednosti $A = 2$ in $C = 3$ ali zapis $f(x) = 2\sin x + 3$	1 + 1
4.2	5	♦ zapisana množica vseh presečišč, npr. $\left\{ \left(-\frac{\pi}{6} + k2\pi, 2 \right); k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ \left(\frac{7\pi}{6} + k2\pi, 2 \right); k \in \mathbb{Z} \right\}$	Zapisana enačba $-2\sin x + 1 = 2$... 1 točka. Preoblikovanje enačbe v ekvivalentno enačbo, npr. $\sin x = -\frac{1}{2}$... *1 točka.
Skupaj	7		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
5	2	♦ $\overline{AB} = (-3, 2)$	1 + 1 Le zapis $\overline{AB} = \vec{r}_B - \vec{r}_A$... 1 točka.
	5	♦ $C(13, 13)$	Ugotovitev, da ima C enaki koordinati $C(x, x)$... 1 točka. Zapis vektorja $\overline{AC} = (x - 5, x - 1)$... 1 točka. Zapis ali upoštevanje, da je skalarni produkt $\overline{AB} \cdot \overline{AC} = 0$... 1 točka. Izračunan skalarni produkt $-x + 13$... *1 točka.
Skupaj	7		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
6	1	♦ zapis $a_1 = -1$ in $a_2 = \frac{3}{2}$	
	3	♦ izračunani peti člen zaporedja $a_5 = -\frac{81}{16} = -5,0625$	Ugotovitev $q = -\frac{3}{2}$... 1 točka. Zapis ali uporaba formule za splošni člen geometrijskega zaporedja oz. drug pravilen postopek reševanja ... 1 točka.
	4	♦ odgovor: Sešteti moramo najmanj 36 členov zaporedja.	Nastavek (ne)enačbe, npr. $(-1) \cdot \frac{\left(-\frac{3}{2}\right)^n - 1}{-\frac{3}{2} - 1} > 500000$ ali $(-1) \cdot \frac{\left(-\frac{3}{2}\right)^n - 1}{-\frac{3}{2} - 1} = 500000$... *1 točka. Urejena enačba, npr. $\left(-\frac{3}{2}\right)^n = 1250001$... 1 točka. Izračun $n = 34,62358$... 1 točka.
Skupaj	8		

Skupno število točk: 40

IZPITNA POLA 2, VR

C) STRUKTURIRANE NALOGE

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
1.1	2	♦ $B(4, 1, 4), C\left(1, \frac{11}{2}, 6\right)$	1 + 1
1.2	3	♦ $P = \frac{413}{25}\pi + \frac{49}{25}\pi = \frac{462}{25}\pi \doteq 58,0566322$	$P_1 = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot v$ ali $P_2 = \pi \cdot r^2$... 1 točka. Ugotovitev $r = 1,4$ ali $v = 5,9$... 1 točka.
1.3	2	♦ $\varphi \doteq 53,130102^\circ = 53^\circ 7' 48''$	Uporaba kotne funkcije, npr. $\tan \varphi = \frac{2}{1,5}$... 1 točka.
1.4	3	♦ $x_0 \in \left[-\frac{3}{2}, \frac{11}{2}\right]$	Ugotovitev, da imajo točke na slemenu prvo koordinato $x_s \in [1, 8]$... 1 točka. Ugotovitev $x_0 = x_s - \frac{5}{2}$... 1 točka.

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
2.1	2	♦ $P(A) = \frac{576}{15625} = 0,036864$	Uporaba Bernoullijeve formule ... 1 točka.
	2	♦ $P(B) = \frac{2396}{3125} = 0,76672$	Uporaba verjetnosti nasprotnega dogodka ali upoštevanje vseh ugodnih možnosti ... 1 točka.
Skupaj	4		Šteje vsak pravilno zaokrožen rezultat.
2.2	4	♦ $P(R_1) = \frac{6}{25} = 0,24$ $P(P_1) = \frac{2}{5} = 0,4$ $P(P_2) = 0,6^2 \cdot 0,4 = \frac{18}{125} = 0,144$ $P(P_3) = 0,6^4 \cdot 0,4 = \frac{162}{3125} = 0,05184$	1 + 1 + 1 + 1
	2	♦ Verjetnost za zmago Petra je $\frac{5}{8} = 0,625$.	Le zapis neskončne geometrijske vrste $0,4 + 0,4 \cdot 0,6^2 + 0,4 \cdot 0,6^4 + \dots$... 1 točka.
Skupaj	6		Šteje vsak pravilno zaokrožen rezultat.

Skupno število točk: 20